

## MATEMATIKA (4+3+3+4)

(Írta: Pálffy Zoltán, 2013, Nemzedékek Tudása Tankönyvkiadó Zrt.)

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindenképp ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani az összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diskussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódást. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanulók képessé válhatnak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátjukétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában történő feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

A gimnázium matematika helyi tantervének ezen változata azzal a céllal készült, hogy a matematikai kultúra megismertetésére, a természettudományos ismeretek megalapozására már 14 éves életkortól magasabb óraszámokban adjon lehetőséget az átlagosnál érdeklődőbb tanulók számára. A magasabb óraszámot használhatjuk a tananyag elmélyítésére és új tananyagtartalmakkal való megismerkedésre.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, illetve hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, valamint pl. vegyész, grafikus, szociológus), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A helyi tanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

## **Célok és feladatok**

A középiskolai matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata a tanulók korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségének megalapozása, a matematikai kompetencia kialakítása, a matematikai szemlélet fejlesztése, a logikus gondolkodás továbbfejlesztése, az önálló, rendszerezett gondolkodás és feladatmegoldás megalapozása. A matematikatanításnak a középiskolában is biztosítania kell a többi tantárgy tanulásához, a mindennapok gyakorlatához szükséges matematikai ismereteket és eszközöket, miközben meg kell mutatnia azok konkrét gyakorlati hasznosságát.

Szükséges, hogy a matematika tanulása során a tanulók a hétköznapi szövegekben rejlő matematikai problémákat észrevegyék, képesek legyenek egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni. Így a matematikatanítás fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, segíti az összefüggések, hipotézisek megfogalmazását, a bizonyítás igényének megjelenését. Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának kialakítása.

A matematikatanítás folyamatában el kell érni, hogy a tanulók megfelelő szintű probléma- és feladatmegoldó, absztrakciós, analízáló és szintetizáló képességgel rendelkezzenek. Mindehhez szükséges a matematikatanítás belső struktúrájának fokozatos kiépítése, a megfelelő tartalmak esetében szilárd fogalom- és axiómarendszer elsajátítása, a matematikai tételek és bizonyítások értése és egyszerűbb gondolatmenetű bizonyítások szabatos megfogalmazása, az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása.

A matematikatanítás célja, hogy fejlessze a tanulók térbeli, időbeli és mennyiségi tájékozódását, esztétikai érzékét. A matematikatanításnak feladata, hogy képessé tegye a tanulót a síkbeli és a térbeli szituációk elképzelésére, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, feladatot megoldani, számolni. A matematikatanítás feladata továbbá, hogy képessé tegye a tanulókat arra, hogy a statisztikai gondolatokat megértse, felhasználja, valamint, hogy a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatokat felismerje. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek.

A matematikatanítás – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.), információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat az ismeretszerzésben, a problémák megoldásának egyszerűsítésében, és ezzel járuljon hozzá a tanulók digitális kompetenciájának kifejlődéséhez, gyakorlati alkalmazásához.

A matematika tanításában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságának fejlesztésére, a pontos és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, az akaraterő, az igényes és a matematikai nyelvezetet használó kommunikáció kialakítására, a gondolatok érvekkel való alátámasztásának fejlesztésére. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek a várható eredmények becslésére, az önellenőrzésre, az eredmények becsléssel való összevetésére, valamint a szöveges, gyakorlati feladatokban kapott eredmények valóság-hoz való viszonyítására.

A matematika tanításában törekedni kell arra, hogy kiderüljön a matematika hasznosága, a matematikai struktúra belső szépsége, az emberi kultúrában betöltött szerepe.

A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztése, illetve a kisebbségi migráns tanulókkal való *foglalkozás* a matematika órákon is szükséges: ami a szokásos tartalmi és eljárásbeli differenciálásnál nagyobb mértékű differenciálást, speciális eljárások alkalmazását és kiegészítő pedagógiai szolgáltatások igénybe vételét teheti szükségessé. Figyelembe kell venni az egyéni fejlesztési tervek kialakításakor, a tanórákon a csoportok szervezésekor, a tanórák tanulás-szervezési eljárásainak tervezésekor. Sajátos tanulásszervezési megoldások alkalmazása nélkül ugyanis nem valósíthatók meg a különleges bánásmódot igénylő, sajátos nevelési igényű gyerekek, a tanulási és egyéb problémákkal, magatartási zavarokkal küzdő tanulók nevelésének, oktatásának feladatai. Figyelembe kell venni a tervezéskor a tanórán kívüli lehetőségek felhasználását is.

A matematika helyi tanterv érvényesíti az iskolai oktatás-nevelés közös, átfogó elveit, így részt vállal az egészségfejlesztés, a környezetvédelem és a fogyasztóvédelem társadalmi feladataiból.

A matematika műveltségterület az *egészségnevelési* feladatát elsősorban azokon a feladatokon (statisztika, valószínűség, szöveges feladatok) tudja teljesíteni, amely valóságos hazai és nemzetközi adatok felhasználásával alkalmat adnak arra, hogy elősegítsék a tanulók egészségfejlesztési attitűdjének, magatartásának, életvitelének kialakulását a feladatok adatainak eredményeinek értelmezésén, továbbgondolásán keresztül.

A *környezettudatosságra nevelés* érdekében a matematika igen alkalmas arra, hogy különböző, valóságos adatok és tények felhasználásával, feladatokat oldjanak meg a tanulók, amelyekeken keresztül megismerhetik, megérthetik, valamint az adatokon és azok értelmezésén keresztül végiggondolhatják azokat a jelenlegi folyamatokat, amelyek következményeként

bolygónkon környezeti válságjelenségek mutatkoznak, továbbá konkrét hazai példák is felismerhetik a társadalmi-gazdasági modernizáció pozitív és negatív környezeti következményeit.

Az egészségvédelemhez és a környezetvédelemhez hasonlóan a *fogyasztóvédelemre*, a tudatos kritikus fogyasztói magatartásra való nevelés is jól megoldható a matematika feladatain keresztül, amely amúgy is fontos területe a valóságos életben megjelenő problémák, adatok, összefüggések vizsgálatának. Az adatgyűjtések színtere lehet a vásárlási szokásokról történő gyűjtés, továbbá szöveges feladatok gyártására alkalmasak a vásárlási számlák, amelyeken keresztül mód van az egyes termékekről való beszélgetések kezdeményezése stb. Szöveges feladatokban fogyasztói kosár elemzésére is sort keríthetünk.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget!

A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához! A tanulók a középiskola befejezésére váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére!

## A fogalmi rendszer

A matematika révén közvetített tudás konstruálásában, a fogalmi műveltség felépítésében folyamatos tevékenység a fogalmi gondolkodás fejlesztése. A matematika műveltségterület – a témakörökhöz, témákhoz rendelt fogalmak közlésével – felépítette a maga sajátos fogalomrendszerét. E rendszert természetesen többféleképpen is meg lehet határozni., és fontos leszögezni, hogy az általunk létrehozott fogalmi rendszer nem a matematikát mint tudományt, hanem a középiskolai matematika műveltségterületet fedi le. A tantárgy kulcsfogalmai a következők:

Axióma, definíció, tétel, bizonyítás, modellezés, transzformáció, sorbarendezés, kiválasztás, oszthatóság, eloszlás, valószínűség, halmaz, egyenlet, függvény, alakzatok, véletlen esemény.

E kulcsfogalmakkal kapcsolatos tudás folyamatos bővítése és elmélyítése az értelmes tanulás egyik összetevője. A kulcsfogalmak tehát az adott ismeretrendszer fogalmi hálójának csomópontjait jelentik, amelyek sok más fogalommal kapcsolatba hozhatóak. A kulcsfogalmak más és más kontextusban, mélységben és egymáshoz való kapcsolódási lehetőséggel újra és újra megjelennek, segítve ezzel a matematika egységes látásmódjának kialakulását.

A tantárgy kulcsfogalmai tehát átfogó, a tanítási-tanulási folyamatban szükségszerűen ismétlődő fogalmak. E fogalmak jellegüknél fogva, tartalmi összetevőik révén igen gyakran érintkeznek is egymással. A kulcsfogalmak természetesen fokozatosan telítődnek konkrét tartalmakkal, azaz fokozatosan épül fel az a fogalmi háló, ami végül is a fogalmi műveltségben ölt(het) testet.

## A tanulók értékelése

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok** (állítások igazságtartalmának eldöntése, hibakereséses feladatok elvégzése, egyszerű feleletválasztás, többszörös feleletválasztás ellenpéldák indoklásával, logikai feladatok megoldása indoklással stb.);
- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felké-

szülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);

- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **csoportmunka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- számítsanak arra, hogy munkájuk elvégzése után **önértékelést** is kell végezniük;
- hallgassák meg **társaik értékelését** az adott szempontok alapján;
- fogadják meg **tanáraik** észrevételeit, **javaslatait**, kritikáit **akkor is, ha nem érdemjeggel történik az értékelés**, tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat.

## A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközzel:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiai jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

## Tantárgyi struktúra és óraszámok

	9. évf.	10. évf.	11. évf.	12. évf.
Matematika	4 óra	3 óra	3 óra	4 óra

## Kerettantervi megfelelés

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet:

3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára 3.3.2.2-es sorszámú matematika kerettanterve alapján készült.

A kerettanterv által biztosított 10 %-os szabad mozgástér a megtanított ismeretek elmélyítésére és a gyakorlásra kerül felhasználásra, tehát új tartalmi elemekkel a témák nem bővülnek, csak bizonyos résztémákra szánt órakeret került megnövelésre.

## 9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon, a szemlélet alapján, a tevékenységeken, felfedeztetéseken keresztül korábban kialakított fogalmak pontos definiálására, az összefüggések felismerésére, modellek készítésére kell helyezni a fő hangsúlyt. Szükséges a matematika alkalmazási területeinek széles körű bemutatása a matematikán belüli problémák megoldásában, illetve más tudományok segítőjeként. Ezekben az években erősödik a tanulók önismerete, és megfelelő képességfejlesztéssel és módszertani változatossággal mind több tanulóban kialakulhat a matematika, illetve a természettudomány valamely ága iránti érdeklődés.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismeretszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. Ezekben az évfolyamokon a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségek megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenkori által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (pl. szimmetriák) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulóknak, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyökkel járhat a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is. A számítógép által nyújtott határtalan lehetőségeket képesek legyenek felismerni, és hatékonyan felhasználni. Fontos célkitűzés, hogy a feladatmegoldások közben a számológépet segédeszközként tudják használni.

Ebben az életkori szakaszban már elvárható, hogy a tanulók a leírt szöveget pontosan megértsék, gondolataikat igyekezzenek szabatosan kifejtteni. A matematikai gondolkodásmód fejlődésével egyre magabiztosabban képesek véleményt nyilvánítani, érvelni, mások gondolatait megérteni.



## Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

## 9. évfolyam

### Célok és feladatok

A 9. évfolyamon fontos cél az alapképességek továbbfejlesztése. El kell érni, hogy a szemléletes fogalmak többsége definiálásra kerüljön, azok tartalma tudatosuljon. A tételek kimondásakor a szükséges és elégséges feltételek megkülönböztetése történjen meg.

Másik fontos cél a kommunikációs készség továbbfejlesztése írásban és szóban egyaránt. A fejlesztésnek ki kell térnie arra, hogy a tanuló mások szóban vagy írásban közvetített gondolatait megértse, saját gondolatait megfelelően közvetítse. Mindezeket egyszerre fejleszthetjük és értékelhetjük a tankönyvi/feladatgyűjteményi szövegek értésével, az órai vitákban való érveléskészség, vitakészség fejlesztésével, a feladatmegoldások során a szóbeli válaszok, magyarázatok igénylésével. A matematikaórákon, a feladatmegoldásokban megfelelő pontossággal használtassuk az anyanyelvet, illetve a szaknyelvet, s fokozatosan bővítjük a jelölésrendszert.

Fontos, hogy a tanulók érezzék szükségét, hogy a feladatmegoldások helyességét ellenőrizzék, illetve amelyik feladatban az lehetséges, a várható eredményt előre megbecsüljék. A gyakorlati számításoknál is elkerülhetetlen kerekítés alkalmazásával el kell érniük, hogy a tanulók reális eredményeket fogadjanak el. Folyamatosan fejleszteniük kell a verbális kommunikáció mellett az igényes grafikus kommunikáció kialakítását is, megértetve a tanulókkal, hogy a jó gondolatok, megoldások semmit sem érnek, ha azt nem tudják valamilyen módon helyesen kinyilvánítani.

A matematika elemi fogalmait, összefüggéseit más tantárgyakban és a mindennapi életben is alkalmazzuk, éppen ezért nagy hangsúlyt kell fektetni az egyszerű, közérthető, frappáns alkalmazások megválasztására, mert ezzel a matematika hasznosságát mutatjuk meg.

Kiemelt fontosságú, hogy a már biztos számfogalomra építve eljussunk a valós szám fogalmához, beleértve a racionális és az irracionális számok fogalmának megértését. A számítások elvégzéséhez használtassuk a számológépet, tudatosítsuk az eszköz előnyeit és korlátait. A műveletek sorát bővíteni kell.

Folyamatosan nagy hangsúlyt kell fektetnünk a szövegértő képesség fejlesztésére, az algoritmikus gondolkodás erősítésére a szöveg alapján matematikai modellek készítésére. A kombinatorikus feladatok, a geometriai transzformációk, a megismert síkidomok tulajdonságaiban való tájékozódás, a valós számok halmazának megértése fejleszti a rendszerező képességet.

A geometria eszközeinek felhasználásával fejleszteniük kell a tanulók síkban való tájékozódását, a 9. évfolyamon erre leginkább a geometriai transzformációk értése és alkalmazása ad lehetőséget. Fontos feladat a tervezés, a konstrukciós, analízáló képesség, valamint a diszkussziós igény kialakítása.

A függvény szemlélet fejlesztése a hozzárendelések szabályként való értelmezésével, valamint a függvénykapcsolatokhoz a megfelelő modell megkeresésével lehetséges. A transzformációk mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresésére ad alkalmat.

Nagyon fontos cél a 9. évfolyamon is a sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, a bizonyítási igény kialakítása, egyes tételek konkrét bizonyítása is.

A matematika iránti érdeklődés erősíthető az elemi számelmélet alapvető problémáival és a matematikatörténeti vonatkozásaival.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

## Témakörök

	<b>Javasolt óraszámok</b>
	4 óra/hét (148 óra)
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	21 óra
2. Számelmélet, algebra	58 óra
3. Függvények	17 óra
4. Geometria	40 óra
6. Statisztika. Valószínűség.	12 óra

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b>	<b>Órakeret javasolt össz- óraszám 21 óra</b>
--	---	---

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b> <b>1.1 Halmazok, ponthalmazok</b>	
<b>Előzetes tudás</b>	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, ponthalmazok.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazásával a megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt. A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
$n$ elemű halmaz részhalmazainak a száma. Korábbi ismeretek felhasználása, a tanult jelölések alkalmazása. Halmazok számossága. Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok. <i>Matematikatörténet:</i> Georg Cantor.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	Magyar nyelv és irodalom: mondatok, szavak, hangok rendszerezése.	T: számítógép, interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, komplementer halmaz.  Halmazműveletek alkalmazása több halmazra.  Definíciók megfogalmazása, megértése. Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.  Frontális munka.</p>	<p><i>Informatika:</i> adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.   <i>Biológia-egészségtan:</i> rendszertan.</p>	
<p>Nevezetes ponthalmazok:  –adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben;  –két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza – síkban és térben.  Vegyes feladatok ponthalmazok és halmazműveletek alkalmazására szerkesztéssel is.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.  Frontális munka.</p>	<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.</p>	
<p>Ponthalmazok a koordinátasíkon.  Koordinátákkal megadott feltételek. Descartes-szorzat.  <i>Matematikatörténet:</i> René Descartes.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.  Frontális munka.  Tanulói kiselőadás</p>		<p>T:  számítógép, interaktív tábla</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b></p>	<p>Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementerhalmaz, Descartes-féle szorzat. Intervallum.</p>		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b> <b>1.2 Matematikai logika</b>	
<b>Előzetes tudás</b>	Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Logikai szita. Modellalkotás egy-egy tipikus problémára.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Sejtés, bizonyítás.		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b> <b>1.3 Kombinatorika</b>	
<b>Előzetes tudás</b>	Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
A szorzási és összeadási szabály. Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Sorba rendezés. Kiválasztás. A szöveg matematikai nyelvre fordítása, matematikai modell készítése. Kombinatorikai problémák felfedezése a mindennapokban. $n!$ , $n^k$ . Az összeszámlálási módszer megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális.		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számelmélet, algebra</b>	<b>Órakeret javasolt össz- óraszám 58 óra</b>
--	--------------------------------	---

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számelmélet, algebra 2.1. Valós számok</b>	
<b>Előzetes tudás</b>	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejen, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
<p>Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen. A természettudományokban és a társadalomban előfor- duló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás. Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Irracionális számok. A valós számkör. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. A valós számok és a számegyenes kapcsolata. A racionális számok halmaza nem elegendő a szám- egyenes pontjainak jelölésére.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia- egészségtan:</i> a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.</p>	<p>T: Számológép</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Valós szám, normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.			

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számelmélet, algebra</b> <b>2.2. Algebrai kifejezések használata</b>			
<b>Előzetes tudás</b>	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.			
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár			
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla			
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.			

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Algebrai kifejezések. – Egész kifejezések, polinomok, törtek kifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések. – A kifejezés értelmezési tartománya. – Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.	
Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		



Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Nevezetes azonosságok:  <math>(a \pm b)^2</math>; <math>(a+b)(a-b)</math>; <math>(a \pm b)^3</math>;  <math>(a+b+c)^2</math>; <math>a^3 - b^3</math>; <math>a^3 + b^3</math>  Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása.  Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.  Frontális munka.</p>		
<p>Azonos átalakítások.  –Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása.  Kiemelés, szorzattá alakítás. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse.  –Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása.  Egyszerűsítés. Bővítés.  A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során.  <i>Matematikatörténet.</i></p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.  Frontális munka.  Tanulói kiselőadás.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.</p>	<p>T:  számítógép  interaktív tábla</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b></p>	<p>Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság.</p>		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számelmélet, algebra</b> <b>2.3 Oszthatóság</b>	
<b>Előzetes tudás</b>	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban, az ismeretek összekapcsolásának felfedezése.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok. Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A tanult ismeretek felidézése: prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. A számelmélet alaptétele. Végtelen sok prímszám van. Osztok számának meghatározása a prímtényező felbontásból. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz, Eratoszthenész, Euler.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: számítógép interaktív tábla
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Osztó, oszthatóság, prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás.		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számelmélet, algebra</b> <b>2.4 Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer</b>	
<b>Előzetes tudás</b>	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Elsőfokú egyenletek. –Alaphalmaz, megoldáshalmaz. –Ekvivalens átalakítások. –Mérlegelv. Egyenletek algebrai, grafikus megoldása. Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése, egyenlet felírása; a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> oldatok összetétele.	T: Számológép
Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége. Törtek előjelének vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Elsőfokú egyenletrendszerek. – Grafikus megoldás. – Behelyettesítő módszer. – Egyenlő együtthatók módszere. – Új ismeretlen bevezetése. Különböző módszerek megismerése és alkalmazása ugyanarra a problémára. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika</i> : számítógépes program használata.	T: Számológép
Egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Egyenlőtlenségek algebrai megoldása. Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök.		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Függvények</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 17 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolút érték-függvény, másodfokú függvény ismerete.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Függvény fogalma. Értelmezési tartomány, értékkészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése. Új fogalmak: paritás, korlátosság.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.	TD: interaktív tábla
Egyenes arányosság. Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.	TD: interaktív tábla
Abszolút érték-függvény. Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.	TD: interaktív tábla
Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.	TD: interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: <math>f(x)+c</math>; <math>f(x+c)</math>; <math>c \cdot f(x)</math>; <math>f(x \cdot c)</math>; <math> f(x) </math>.</p> <p>Függvények jellemzése (értékkészlet, monotonitás, szélsőérték, korlátosság, paritás, zérushely).</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika:</i> a megfigyelés időbeli és térbeli kezdőpontja változásának hatása a mennyiségek közötti összefüggésekre.</p>	<p>TD: interaktív tábla</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b></p>	<p>Függvény grafikonja. Paritás, korlátosság.</p>		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret javasolt össz- óraszám 40 óra</b>
--	---------------------	---

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria 4.1 Sokszögek</b>	
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságai. Háromszögek szerkesztése alapadatokról. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Tananyagok</b>
Geometriai alapfogalmak. Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
A háromszög oldalai és szögei. –Háromszög-egyenlőtlenség. –Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. –Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között. A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>A háromszögek nevezetes vonalai:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre.</li> <li>–A háromszög magasságvonalai, magasságpontja.</li> <li>–A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei.</li> <li>–A háromszög súlyvonalai, súlypontja.</li> </ul> <p>A háromszögek nevezetes vonalairól és köreiről tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.</p> <p>Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása grafikus programmal.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>	<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.</p>	<p>TD: interaktív tábla</p>
<p>Négyszögek, sokszögek, szabályos sokszögek. Belső és külső szögek összege. Átlók száma.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>		<p>TD: interaktív tábla</p>
<p>Pitagorasz-tétel és megfordításának bizonyítása és alkalmazása. Számítási feladatok síkban és térben. A tétel és megfordításának alkalmazása bizonyítási feladatokban.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p> <p>Tanulói kiselőadás.</p>	<p><i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.</p>	<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>
<p>Thalész tétele és a tétel megfordításának bizonyítása és alkalmazása. Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Thalész.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p> <p>Tanulói kiselőadás.</p>		<p>TD: interaktív tábla</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b></p>	<p>Hozzáírt kör. Sokszög.</p>		



<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b> <b>4.2 Geometriai transzformációk</b>	
<b>Előzetes tudás</b>	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Tananyagok</b>
Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk rendszerezése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás. A geometriai transzformációk tulajdonságai: – fixpont, fixegyenes, fixesík; – szögtartás, távolságtartás, irányítástartás; Geometriai transzformációk szorzata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Az egybevágóság fogalma. Egybevágó alakzatok felismerése. Alakzatok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Szimmetrikus alakzatok. A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Vizuális kultúra:</i> művészet-történeti stíluskorszakok.	TD: interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok. Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása. Vázlatkészítés, elemzés, diszkusszió.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		TD: interaktív tábla
A vektor. Ellentett vektorok, nullvektor, egyenlő vektorok, vektor abszolút értéke. Műveletek vektorokkal: – összeadás; – kivonás;	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> vektormennyiségek.	TD: interaktív tábla
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Geometriai transzformáció, egybevágósági transzformáció, szimmetrikus alakzat. Vektorművelet, paralelogramma-módszer, nullvektor, ellentett vektor, egyenlő vektor.		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>6. Statisztika. valószínűség</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 12 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Tan-eszközök</b>
<p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása. Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Következtetések levonása. Számológép használata. Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).  <i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.</p>	<p>T: Számítógép  TD: Számítógép</p>
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Terjedelem, szórás.		

## Továbbhaladás feltételei

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolút értékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alpművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Ismeri a 3-mal és a 9-cel való oszthatóság feltételét.
- Képe számok prímtényezőkre való bontására.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolút érték,  $\frac{a}{x}$ ) tulajdonságaiban.
- Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

## 10. évfolyam

### Célok és feladatok

A 10. évfolyamon is fontos cél, hogy a különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejlessze a tanulók matematizáló tevékenységét. Törekedni kell arra, hogy a tanulók egyre inkább képesek legyenek a köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetésére.

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A 10. évfolyamon is szükség van a bizonyítási igény további fejlesztésére és az algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztésére.

A különböző feladatok megoldásában törekedni kell arra, hogy a megoldások keresése önállóan történjék, lehetőség legyen a tanulói felfedezésekre, önálló eljárások keresésére, továbbá minél gyakrabban kerüljenek a tanulók olyan feladat elé, ahol a matematika eszközként való felhasználása segíti a gyakorlati és természettudományos problémák megoldását. Szükség van eközben a valós helyzetek értelmezésére, megértésére és értékelésére.

Ezen az évfolyamon fokozottan figyelni kell arra, hogy alakítsuk ki a diszkussziós igényt az algebrai feladatoknál is.

Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a problémamegoldásban lehetőséget nyújt a matematika különböző területeinek az összekapcsolására.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

### Témakörök

	<b>Javasolt óraszámok</b>
	3 óra/hét (111 óra)
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	10 óra
2. Számelmélet, algebra	34 óra
3. Függvények	10 óra
4. Geometria	26 óra
5. Szögfüggvények.	20 óra
6. Statisztika. Valószínűség.	11 óra

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b>	<b>Órakeret javasolt össz- óraszám 10 óra</b>
--	---	---

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b> <b>1.2 Matematikai logika</b>	
<b>Előzetes tudás</b>	Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Tananyagok</b>
Állítás és megfordítása. Direkt, indirekt bizonyítás. Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel. Állítások megsejtése, bizonyítás vagy cáfolat megadása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY, „Minden”, „van olyan”, ha ..., akkor. A köznapi szóhasználat és a matematikai kifejezés kapcsolatának megértése. Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, alkalmazása. Érvelés és vita, ellenpélda szerepe.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> retorikai alapismeretek.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Skatulyaelv.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. Ha... akkor), szükséges és elégséges feltétel.		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b> <b>1.3 Kombinatorika</b>	
<b>Előzetes tudás</b>	Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése. Gráfok segédeszközként való használata a gondolkodásban.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Sorba rendezés. Kiválasztás. A szöveg matematikai nyelvre fordítása, matematikai modell készítése. Kombinatorikai problémák felfedezése a mindennapokban. $n!$ , $n^k$ . Az összeszámlálási módszer megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Gráfok: csúcs, él, foksám. Gráfok alkalmazása feladatmegoldásban. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Kémia:</i> molekulák szerkezete. <i>Informatika:</i> számítógépes hálózatok felépítése. <i>Földrajz:</i> térképek, úthálózat.	
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, csúcs, él, foksám.		



<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számelmélet, algebra</b>	<b>Órakeret javasolt össz- óraszám 34 óra</b>
--	--------------------------------	---

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számelmélet, algebra 2.1. Valós számok</b>	
<b>Előzetes tudás</b>	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejen, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai. –Az indirekt bizonyítás: a $\sqrt{2}$ irracionális. –Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. –Nevező gyöktelenítése. Műveletek gyökös kifejezésekkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az n-edik gyök fogalma.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Négyzetgyök, n-edik gyök.		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számelmélet, algebra</b> <b>2.2. Algebrai kifejezések használata</b>	
<b>Előzetes tudás</b>	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Két szám számtani- és mértani közepe, a köztük lévő egyenlőtlenség. Algebrai bizonyítás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Számtani közép, mértani közép.		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számelmélet, algebra</b> <b>2.4 Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer</b>	
<b>Előzetes tudás</b>	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
<p>Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Grafikus megoldás.</li> <li>– Teljes négyzetté kiegészítés.</li> </ul> <p>Egyenletmegoldás szorzattá alakítással.</p> <p>Algoritmus keresése a megoldásra.</p> <p>A másodfokú egyenlet megoldóképlete.</p> <p>A megoldóképlet készségi szintű alkalmazása.</p> <p>Számológép használata.</p> <p>A másodfokú egyenlet diszkriminánsa.</p> <p>Diszkusszió.</p> <p>Gyöktényezős alak, Viete-formulák.</p> <p>Másodfokúra visszavezethető egyenletek.</p> <p>Új ismeretlen bevezetése.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> egyenletek megoldhatósága.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p> <p>Tanulói kiselőadás.</p>		<p>T: Számológép Interaktív tábla TD: Interaktív tábla</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés.</p> <p>Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Számítógépes program használata.</p> <p>Szélsőérték-feladatok. Másodfokú függvény vizsgálatával.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>	<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>
<p>Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>
<p>Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika:</i> ütközések.</p>	<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>
<p>Négyzetgyökös egyenletek. –Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. –Hamisgyök, gyökvesztés. –Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b></p>	<p>Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet, diszkrimináns, diszkusszió. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet.</p>		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Függvények</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 10 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolút érték-függvény, másodfokú függvény ismerete.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Hatványfüggvények. Gyökfüggvények. A függvénygrafikonok elkészítése és használata a függvény jellemzésére.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$ ; $f(x+c)$ ; $c \cdot f(x)$ ; $f(x)$ ; $ f(x) $ . Függvények jellemzése (értékkészlet, monotonitás, szélsőérték, korlátosság, paritás, zérushely).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> a megfigyelés időbeli és térbeli kezdőpontja változásának hatása a mennyiségek közötti összefüggésekre.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Függvény grafikonja. Paritás, korlátosság.		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria 4.2 Geometriai transzformációk</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 20 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Műveletek vektorokkal: <ul style="list-style-type: none"> <li>– összeadás (paralelogramma módszer, láncmódszer);</li> <li>– kivonás;</li> <li>– számmal való szorzás.</li> </ul> Vektor felbontása összetevőkre. A vektorműveletek tulajdonságai. Szerkesztési feladatok. Vektorműveletek gyakorlása síkbeli és térbeli ábrákon is. Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektorok koordinátái. Vektor hosszának számítása. Helyvektor, szabadvektor.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> vektormennyiségek.	TD: Interaktív tábla
A párhuzamos szelők tétele és megfordítása. A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása. Számítási és bizonyítási feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Aránytartó transzformáció. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Földrajz</i>: térképek.</p>	<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>
<p>Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika</i>: hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika.</p>	<p>T: Számológép</p>
<p>Arányossági tételek háromszögekben. Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel. Mértani közép szerkesztése.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Vizuális kultúra</i>: festészet, építészet.</p>	<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>
<p>A kör és részei. A kör kerülete, területe. Körív hossza. Körcikk területe. Körselet területe. Kerületi és középponti szögek és a hozzá kapcsolódó tételek. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése, következtetések levonása. Húrnégyszögek és érintő-négyszögek definíciója, tételei. Speciális érintő-négyszögek, húrnégyszögek. Látókörív. Látókörív szerkesztése.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b></p>	<p>Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, számtani és mértani közép, kerületi és középponti szög, húrnégyszög, érintő-négyszög, látókörív. Vektorművelet, vektorfelbontás. Bázisvektor, bázisrendszer, vektorkoordináta. Helyvektor, szabadvektor.</p>		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Szögfüggvények</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 26 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban, vektorok koordinátáinak használata.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szögek és szakaszok meghatározása méréssel és számolással. A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének és szögek értékének meghatározása számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Nevezetes szögek szögfüggvényei: $30^\circ$ ; $60^\circ$ ; $45^\circ$ . Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Pótszögek szögfüggvényei. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A szög ívmértéke. A radián mint mértékegység. Átváltás fok és radián között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> szögsebesség.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Szögfüggvény, ívmérték, periódus, radián. Forgásszög, egységvektor, egységkör.		



<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>6. Statisztika. valószínűség</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 11 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Véletlen jelenségek megfigyelése. Kockadobások, pénzérme. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.	Kísérletezés önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Esemény, eseménytér, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Műveletek eseményekkel. Kétváltozós műveletek értelmezése. Egyszerűbb események valószínűségének kiszámítása. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Klasszikus valószínűségi modell.		

## Továbbhaladás feltételei

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját.
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit ismerete, és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.
- Jól alkalmazza a Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

## A fejlesztés várt eredményei a 9-10 évfolyamos ciklus végén

### *Gondolkodási és megismerési módszerek*

- Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és a skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során.
- Szorzási és összeadási szabály alkalmazása kombinatorikai feladatokban.
- Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére.

### *Számelmélet, algebra*

- Racionális és irracionális számok – a valós számok halmazának szemléletes fogalma.
- Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése.
- Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata.
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása.
- A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, négyzetgyökös egyenletek megoldása.
- Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszer megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása.
- Másodfokúra vezető szélsőérték-problémák megoldása teljes négyzetté alakítással.
- A számológép használata.

### *Függvények, az analízis elemei*

- A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, paritás.
- Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése  $f(x) + c$ ;  $f(x) + c$ ;  $c \cdot f(x)$ ;  $f(x)$ ;  $f(x)$ ;  $f(x)$  felhasználásával.
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

### *Geometria*

- Tételek ismerete, a távolság és szög fogalmának értelése, ismerete, a távolság és a szög mérése.
- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyzetek tételei).
- Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban.
- Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése. Vektorfelbontás.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazásai.
- Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete.

### *Valószínűség, statisztika*

- Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.
- A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.

## 11–12. évfolyam

A gimnázium utolsó két évében a témakörök feldolgozásánál a matematika látásmódjának, alkalmazhatóságának a bemutatása a cél. Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ezen a két évfolyamon áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyan tudást, amelyhez kell az előző évek alapozása, amely kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszi. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakítására.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsek gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

### Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

## 11. évfolyam

### Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevessék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordinátageometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotásra (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

### Témakörök

	<b>Javasolt óraszámok</b>
	3 óra/hét (111 óra)
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	8 óra
2. Hatvány, gyök, logaritmus	26 óra
4. Trigonometria	44 óra
5. Koordinátageometria	20 óra
7. Valószínűség, statisztika	13 óra

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1.Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 8 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráf használata feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Kombinatorika Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül. Összeszámlálások vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül. Jelek használata: $n!$ , $\binom{n}{k}$ . Binomiális együtthatók néhány alapvető tulajdonsága. Pascal-háromszög vizsgálata, állítások, sejtések megfogalmazása, igazolása. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal, Erdős Pál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.	T: Számológép Számítógép Interaktív tábla TD: Interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Gráfok Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, foksám. Gráfok alkalmazása leszámolási feladatokban – rendszerző ismétlés. Fagráf, egyszerű gráf, összefüggő gráf, teljes gráf szemléletes fogalma, felhasználásuk feladatmegoldásokban. Foksámra és élek számára vonatkozó összefüggések ismerete. <i>Matematikatörténet: Euler.</i></p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.</p>		<p>T: Számológép Számítógép Interaktív tábla TD: Interaktív tábla</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b></p>	<p>Permutáció, variáció, kombináció, binomiális együttható. Fagráf, körgráf, egyszerű gráf, összefüggő gráf, teljes gráf. Foksám.</p>		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Hatvány, gyök, logaritmus</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 26 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
<p>Az egész kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismétlése.</p> <p>Számológép használata hatványok értékének kiszámításában, normálalak használatában.</p> <p>Azonos átalakítások; a célszerű módszer, lépés megválasztása.</p> <p>Kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.</p> <p>A hatványfogalom kiterjesztése – törtkitevőjű hatványok.</p> <p>A hatványozás eddigi azonosságai érvényben maradnak – permanencia-elv.</p> <p>Exponenciális függvény.</p> <p>Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata – irracionális kitevőjű hatvány fogalma szemléletes alapon.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika:</i> radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás).</p>	<p>T: Számológép TD: Interaktív tábla</p>



Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p>	<p>T: számológép</p>
<p>Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival. A logaritmus fogalma. A logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel. A logaritmus azonosságai: – szorzat, hányados, hatvány logaritmusai; – áttérés más alapú logaritmusra. A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására. <i>Matematikatörténet:</i> a logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.</p>	<p><i>Kémia:</i> pH-számítás.  <i>Fizika:</i> radioaktivitással kapcsolatos számítási feladatok.</p>	<p>T: számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla</p>
<p>A logaritmusfüggvény. A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata. Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata. Inverz függvénykapcsolat szemléletes fogalma.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: számológép TD: interaktív tábla</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálata. Számológép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép TD: interaktív tábla
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Trigonometria</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 44 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, a szögfüggvények általános értelmezése, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések, trigonometrikus függvények.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak alkalmazása más tudományterületeken is. A függvény szemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
<p>A szögfüggvények általános értelmezése.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták, egységkör.</li> <li>– A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben.</li> <li>– Szögfüggvények közötti összefüggések. (Pitagoraszi összefüggés, összefüggés szög és mellékszög szinusza és koszinusza között.)</li> <li>– Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása.</li> </ul> <p>A trigonometrikus függvények.  <math>(x \mapsto \sin x; x \mapsto \cos x; x \mapsto \tan x)</math> ábrázolása, jellemzése.  A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás, korlátosság, paritás.  Függvénytranszformáció, függvényvizsgálat.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.  Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása.</p> <p><i>Informatika:</i> grafikonok elkészítése számítógépes programmal.</p>	<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. A szögfüggvény definíciójának felhasználása a megoldáshoz. Az egyenletnek végtelen sok megoldása van.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A vektor fogalma, vektorműveletek, vektorfelbontás, vektorkoordináták. A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor $90^\circ$ -os elforgatottjának koordinátái.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Két vektor skaláris szorzata. A művelet újszerűségének bemutatása. Jelölések megjegyzése. – A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. – Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. – Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> munka, elektromosság.	T: Számológép TD: interaktív tábla
A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. Alakzatok adatainak meghatározása. Szinusztétel. Koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Ábra és terv készítése a számítási feladatokhoz. Szögtávolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyításokban egyszerű gondolatmenet követése. Számológép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérisi feladatok.	T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szögfüggvények közötti összefüggések. <ul style="list-style-type: none"> <li>– Szögfüggvényekről tanultak ismétlése.</li> <li>– Trigonometrikus függvények.</li> <li>– Összefüggések a szögfüggvények között.</li> <li>– Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.</li> </ul>	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Trigonometrikus egyenletek. Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet megoldásához. Az összes megoldás megkeresése. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás; adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.	T: Számológép TD: interaktív tábla
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Skaláris szorzat.		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Koordinátageometria</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 20 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Koordináta-rendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Tananyagok</b>
Két pont távolsága. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Vektor abszolút értéké- nek kiszámítása. Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Szakasz felezőpontjának, harmadolópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismeretek alkalmazása, vektorok használata, koordináták-kiszámolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> alakzatok tömegkö- zéppontja.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvek- tor, irányszög, iránytangens. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értéke, haszná- lata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> mérések értékelése.	T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele.</p> <p>Az egyenes egyenlete:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–normálvektoros egyenlet;</li> <li>–iránytényezős egyenlet.</li> </ul> <p>Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása.</p> <p>Két egyenes metszéspontja. Egyenletrendszerek megoldási módszereinek felidézése.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>	<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>
<p>A kör egyenlete. Kör egyenletének felírása a középpont és a sugár ismeretében.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet.</li> <li>–Kör és egyenes kölcsönös helyzete.</li> <li>–A kör egy adott pontjában húzott érintőjének egyenlete.</li> </ul>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>	<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>
<p>Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek vizsgálata, ábrázolása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b></p>	<p>Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező.</p>		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>7. Statisztika, valószínűség</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 13 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
<p>Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Ismeretek mozgósítása: a minta terjedelme. Átlag, medián, módusz, szórás. Közvélemény-kutatás. Minőségellenőrzés.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások.  <i>Földrajz:</i> statisztikai évkönyv.</p>	<p>T: Számológép Számítógép TD: interaktív tábla</p>



Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése.  A modell és a valóság kapcsolata.  Szerencsejátékok elemzése.  Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.  Klasszikus valószínűségi modell.  A tanult kombinatorikai módszerek használata.  A valószínűség becslése, számolása.  <i>Matematikatörténet: a valószínűségszámítás történeti érdekességei</i></p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.  Frontális munka.  Tanulói kiselőadás</p>		<p>T:  Számológép  Interaktív tábla  TD:  interaktív tábla</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b></p>	<p>Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje.</p>		

## Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes egyszerű valószínűségi feladatok megoldására.

## 12. évfolyam

### Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése, a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...”, az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.

A függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűség-számítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

### Témakörök

	<b>Javasolt óraszámok</b>
	4 óra/hét (128 óra)
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	6 óra
3. Sorozatok	26 óra
6. Térgeometria, felszín, térfogat	36 óra
7. Valószínűség, statisztika	6 óra
8. Rendszerező összefoglalás	54 óra

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1.Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 6 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráf használata feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematikai logika különböző területeinek felismerése, felfedezése a hétköznapi problémákban.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Matematikai logika Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése. Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata. <i>Matematikatörténet:</i> magyar matematikusok szerepe a matematikai logikában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép Interaktív tábla TD: interaktív tábla
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Sorozatok</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 26 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Számítási sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	<i>Informatika:</i> algoritmusok.	T: Számológép Interaktív tábla TD: interaktív tábla
Számtani sorozat. A számtani sorozat $n$ -edik tagja. A számtani sorozat első $n$ tagjának összegének kiszámítási módja. A számtani közép tulajdonság. Számítási feladatok a számtani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép Interaktív tábla TD: interaktív tábla

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Mértani sorozat.  A mértani sorozat <math>n</math>-edik tagja.  A mértani sorozat első <math>n</math> tagja összegének kiszámítási módja.  A mértani közép tulajdonság.  Számítási feladatok a mértani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására.  Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal.  Exponenciális folyamatok a természettudományban és a társadalomtudományokban.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.  Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz, történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: exponenciális folyamatok.</i></p>	<p>T:  Számológép  TD:  interaktív tábla</p>
<p>Gyakorlati alkalmazások – kamatszámítás.  Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjáradék.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.  Frontális munka.</p>	<p><i>Földrajz: világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás.</i></p>	<p>T:  Számológép  TD:  interaktív tábla</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b></p>	<p>Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat.</p>		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>6. Térgeometria, felszín, térfogat</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 36 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek illeszkedése, távolsága, szöge. Térbeli testek jellemzői: csúcs, lap, átló, felszín, térfogat.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A korábban kísérletezéssel, méréssel, szemlélet alapján megszerzett ismeretek mélyítése, elméleti háttérük megteremtése. A térszemlélet, az esztétikai érzék fejlesztése.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
<p>Tételek. Két kitérő egyenes hajlásszöge. Síkra merőleges egyenes. Egyenes és sík hajlásszöge. Két sík hajlásszöge. Pont távolsága síktól. Két párhuzamos sík távolsága. Két kitérő egyenes távolsága. A fogalmak bemutatása modelleken és a környezetünk tárgyain. Modellezőkészletek használata. Digitális technikák használata térbeli ábrák megjelenítéséhez.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> axonometria.</p>	<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>
<p>Kerület- és területszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. Síkidomok kerülete, területe. Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzeletben történő mozgás, átdarabolás, szétvágás.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Testek, szabályos testek. Térbeli modellek használata, készítése. Számítógép használata ábrázoláshoz. Ábrakészítés térbeli testekről.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika</i> : számítógépes szimulációs program használata.	T: Számológép TD: interaktív tábla testmodell
A térfogatszámítás alapelvei. Mérőszám és mértékegység.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenes hasáb felszíne, térfogata. Forgáshenger felszíne, térfogata. Az összefüggések alkalmazása változatos térgeometriai feladatokban, gyakorlati alkalmazások.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika</i> : számítógépes program használata.	T: Számológép TD: interaktív tábla testmodell
A kúp felszíne, térfogata. A közelítés szemléletes fogalma. Csonkagúla, csonkakúp. A csonkagúla, csonkakúp térfogata és felszíne. A hasonlóság alkalmazása. A gömb térfogata és felszíne. Térgeometriai ismeretek alkalmazása. <i>Matematikatörténet</i> : Cavalieri.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Vizuális kultúra</i> : építészet.  <i>Biológia-egészségtan</i> : keringéssel kapcsolatos számítási feladatok.	T: Számológép TD: interaktív tábla testmodell
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Felszín, térfogat, hengyszerű test, kúpszerű test, csonkagúla, csonkakúp.		



<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>7. Statisztika, valószínűség</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 6 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség általános fogalma. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.	

<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja. Klasszikus valószínűségi modell. A tanult kombinatorikai módszerek használata. A valószínűség becslése, számolása. <i>Matematikatörténet:</i> a valószínűségszámítás történeti érdekességei	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép Interaktív tábla TD: interaktív tábla
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	<b>8. Rendszerező összefoglalás</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 54 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A 4 év matematika anyaga.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modellek, számítási-bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. A matematika épülésének folyamatába történő betekintés a matematikatörténet néhány fejezetének, nagy egyéniségének megismerésével.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p><i>Gondolkodási módszerek.</i>  Halmazok.  Számhalmazok.  A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata.  A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek.  A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása.  A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása.</p> <p>A matematikában tanult módszerek.  A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet.  A sorbarendezi és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.  Frontális munka.</p>		<p>T:  Számológép  TD:  interaktív tábla</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p><i>Számelmélet, algebra.</i>  Számhalmazok.  A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk.  Algebrai alapfogalmak, azonosságok.  Átalakítások algebrai kifejezésekkel.  A zsebszámológép használata.  Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek.  Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele.  Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.  Frontális munka.</p>		<p>T:  Számológép  TD:  interaktív tábla</p>
<p><i>Sorozatok, függvények.</i>  Függvények grafikonjai, jellemzésük.  Függvénytranszformációk.  Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapijainkban.  Számítási és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.  Frontális munka.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>	<p>T:  Számológép  TD:  interaktív tábla</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p><i>Geometria.</i> Mérés és mérték. A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt. A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata. A geometriai transzformációk. A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben. A háromszögekre vonatkozó ismeretek. A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek. Körre vonatkozó ismeretek. Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése. Trigonometria. Vektorok, koordinátageometria. A trigonometria és a koordinátageometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>
<p><i>Statisztika, valószínűség.</i> Adatsokaságok elemzése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata.</p>	<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p><i>Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok.</i></p> <p>Néhány matematikatörténeti szemelvény.  A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. (Pl. nem euklideszi geometria – Bolyai János, Bolyai Farkas; nagy Fermat-tétel)  A számítógépek fejlődése – Neumann János,  A matematika néhány filozófiai kérdése,  A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői.  Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.  Frontális munka.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.</p>	<p>T:  Számológép  TD:  interaktív tábla</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b></p>	<p>-</p>		

## Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud egyszerű kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényező felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikorról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott egyszerű függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket egyszerű feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Egyszerű feladatokban jól alkalmazza a klasszikus valószínűség-számítási és a geometriai modellt.

## A fejlesztés várt eredményei a 11-12. évfolyamos ciklus végén

### *Gondolkodási és megismerési módszerek*

- A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.
- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.

### *Számelmélet, algebra*

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
- A számológép biztos használata.

### *Geometria*

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete.
- Két vektor skaláris szorzata alkalmazása.
- Forgásszögek–szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- Valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

### *Függvények, az analízis elemei*

- Az exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk alkalmazása.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata.
- A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazása.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.

### *Valószínűség, statisztika*

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.

A matematikai tanulmányok végére a tanulók önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.



Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.

Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni (pl. gazdasági, pénzügyi kérdésekben).

Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.

Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.

A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.

A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.

A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.

Rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.